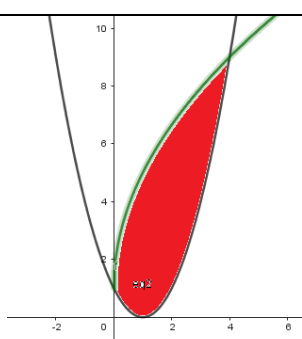
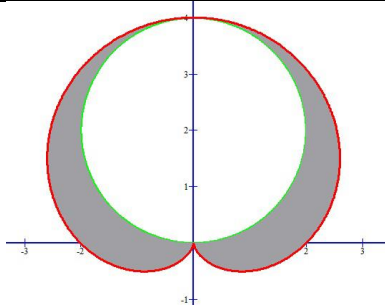


ĐÁP ÁN TOÁN 2 - ngày thi: 22/7/2025

Câu	Nội dung	Điểm
1	Giao điểm: $\begin{cases} y = 1 + 4\sqrt{x} \\ y = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0, x = 4$ Diện tích miền phẳng cần tìm: $A = \int_0^4 (1 + 4\sqrt{x} - (x - 1)^2) dx =$ $= \left[x + \frac{8}{3}\sqrt{x^3} - \frac{(x - 1)^3}{3} \right] \Big _0^4 = 16$	 0.25 0.5 0.25
2	Đồ thị của 2 đường cong $r = 4\sin\theta$ và $r = 2(\sin\theta + 1)$ đi qua gốc cực O: $r = 0$ $4\sin\theta = 2(\sin\theta + 1) \Rightarrow 2\sin\theta = 2 \Rightarrow \sin\theta = 1 \Rightarrow \theta = \pi/2$ Các giao điểm trong tọa độ cực: $(4; \pi/2)$ và gốc cực O Các giao điểm trong hệ tọa độ Oxy: $(0;0)$, $(0;4)$ Diện tích: $A = 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (2(\sin\theta + 1))^2 d\theta - \int_0^{\pi/2} (4\sin\theta)^2 d\theta \right) =$ $= (6\theta - 8\cos(\theta) - \sin(2\theta)) \Big _{-\pi/2}^{\pi/2} - 16 \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin(2\theta) \right) \Big _0^{\pi/2}$ $= 4\pi$	 0.25 0.5 0.25
3	$\frac{x}{x^2 - 5x + 6} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x - 3}$ $a = \frac{x}{x - 3} \Big _{x=2} = -2; b = \frac{x}{x - 2} \Big _{x=3} = 3$ $I = \int_0^2 \frac{x dx}{x^2 - 5x + 6} = \int_0^2 \frac{-2}{x - 2} dx + \int_0^2 \frac{3}{x - 3} dx = -2\ln x - 2 \Big _0^2 + 3\ln x - 3 \Big _0^2$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} -2\ln x - 2 + 2\ln 2 + 3\ln 1 - 3\ln 3 = +\infty$	0.5 0.5 0.5
4	$S = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a_k + 2^{-k}}{3} = \frac{1}{3} \sum_{k=2}^{\infty} a_k + \frac{1}{3} \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ - chuỗi cấp số nhân có $r = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ hội tụ $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$	0.25 0.25 0.25

	Vậy $S = \frac{1}{3} \left(9 + \frac{1}{2} \right) = \frac{19}{6}$	0.25
5	Sử dụng tiêu chuẩn căn tổng quát: $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{ a_k } = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\left(\frac{k+2025}{3k-2020} \right)^k}$ $= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2025}{k}}{3 - \frac{2020}{k}} = \frac{1}{3} < 1$ Vậy chuỗi $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{k+2025}{3k-2020} \right)^k$ hội tụ	0.5 0.25 0.25
6	Áp dụng tiêu chuẩn tỷ số tổng quát: $\lim_{k \rightarrow \infty} \left \frac{a_{k+1}}{a_k} \right = \lim_{k \rightarrow \infty} \left \frac{\frac{(x-2)^{k+1}}{\sqrt{k+1}}}{\frac{(x-2)^k}{\sqrt{k}}} \right = \lim_{k \rightarrow \infty} (x-2) \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}} = \lim_{k \rightarrow \infty} (x-2) \frac{1}{\sqrt{1+1/k}} = (x-2) $ Chuỗi hội tụ tuyệt đối khi: $(x-2) < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3$ Tại $x = 1$: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}$ chuỗi đan dấu hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz, vì có $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0$ và $a_k = \frac{1}{\sqrt{k}}$ giảm Tại $x = 3$: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$ phân kì theo tiêu chuẩn p - chuỗi, có $p=1/2 < 1$ Vậy miền hội tụ: $1 < x < 3$	0.5 0.5 0.25 0.25
7	Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 tổng quát: $P'(t) - 0,07P = 5 - 13 = -8$ Thừa số tích phân: $I(t) = e^{\int -0,07 dt} = e^{-0,07t}$ Nghiệm tổng quát: $P(t) = e^{0,07t} (\int -8e^{-0,07t} + C) = Ce^{0,07t} + \frac{800}{7}$ $P(0) = 100 \Rightarrow C = \frac{-100}{7}$ Vậy nghiệm phương trình: $P(t) = \frac{-100}{7} e^{0,07t} + \frac{800}{7}$ $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{-100}{7} e^{0,07t} + \frac{800}{7} \right) = -\infty$ $P(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-100}{7} e^{0,07t} + \frac{800}{7} = 0 \Leftrightarrow e^{0,07t} = 8 \Leftrightarrow t = 0,07 \ln 8 \approx 29,7$ Vậy quần thể không tồn tại mãi mãi và sau khoảng gần 30 ngày thì quần thể không còn con nào sống.	0.25 0.25 0.5 0.25 0.25
8	$A(-1; 1; 2), B(2; 0; 1)$ và $C(2; -5; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3; -1; -1); \overrightarrow{AC} = (3; -6; 1)$ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & -1 \\ 3 & -6 & 1 \end{vmatrix} = (-7; -6; -15)$ Diện tích tam giác ABC: $A = \frac{1}{2} \ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\ = \frac{1}{2} (\sqrt{310}) \approx 8,8$	0.25 0.25 0.5